Metodi Matematici 1 8cfu — 29 giugno 2016

SOLUZIONI

Cognome	**Nome**	**Matricola**

Scrivere le soluzioni negli appositi spazi. La brutta copia non va consegnata.
È vietato utilizzare appunti o materiale didattico, calcolatrici e comunicare con chicchessia.
Tempo a disposizione: 90 minuti.

Esercizio 1. Data le funzioni $f(x) = x^3$ e $g(x) = 2$ determinare la funzione composta $g(f(x))$.

$$\boxed{g(f(x)) = 2}$$

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite: $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^2 - 2 - \ln x}{1 + e^x}$. (qualora sia zero o infinito occorre specificare se + o -)

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^2 - 2 - \ln x}{1 + e^x} = 0^+}$$

Esercizio 3. Calcolare la controimmagine di $Y = (-2, 9]$ tramite $f(x) = 3^{-x}$.

$$\boxed{f^{-1}((-2, 9]) = [-2, +\infty)}$$

Esercizio 4. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \ln(3x + 1)$ in corrispondenza del punto $x_0 = 0$.

$$\boxed{y = 3x}$$

Metodi Matematici 1 8cfu	29 giugno 2016
SOLUZIONI	

Cognome	**Nome**	**Matricola**

Scrivere le soluzioni negli appositi spazi. La brutta copia non va consegnata.
È vietato utilizzare appunti o materiale didattico, calcolatrici e comunicare con chicchessia.
Tempo a disposizione: 90 minuti.

Esercizio 5.
(a) Dare la definizione di controimmagine di $y \in R$ rispetto alla funzione $f : X \to R$.
(b) Data la funzione $f(x) = xe^{-x}$

1. determinare l'insieme delle primitive di f;
2. determinare l'area sottesa al grafico di f sull'intervallo $[0; 1]$

1. Si risolve per parti $\int xe^{-x}dx = -\int -xe^{-x}dx = -\left[xe^{-x} - \int e^{-x}dx\right] = -xe^{-x} - e^{-x} + k = -e^{-x}(x+1) + k$
2. $\int_0^1 xe^{-x}dx = -e^{-1}(1+1) - \left[-e^{0}(0+1)\right] = 1 - 2e^{-1}$

Esercizio 6. Si studi la seguente funzione, tracciandone un grafico qualitativo (non è richiesta la derivata seconda):

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 3x}$$

Passi essenziali dello studio di funzione:

$f(x) = \sqrt{x^3 - 3x}$ dom(f) : $x^3 - 3x \geq 0$, $dom(f) = \left[-\sqrt{3}, 0\right] \cup \left[\sqrt{3}, \infty\right)$

No simmetrie essendo il dominio non simmetrico.

$f(x) = 0$ per $x = 0; \mp\sqrt{3}$

$f(x) \geq 0 \ \forall \ x$ quindi f è inferiormente limitata e $x = 0$ ed $x = \pm\sqrt{3}$ punti di minimo globale debole.

f è continua essendo composta di funzioni elementari.

L'unico limite interessante è

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ quindi f è superiormente illimitata

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^3-3x}}{x} = +\infty$ non esiste asintoto obliquo dx.

f sempre per il fatto di essere funzione composta di funzioni elementari è derivabile in tranne nei punti in cui l'argomento della radice quadrata si annulla: $x = 0$ ed $x = \pm\sqrt{3}$.

$f'(x) = \frac{3\left(x^2-1\right)}{2\sqrt{x^3-3x}}$ $x \in dom(f) \diagdown \left\{0; \pm\sqrt{3}\right\}$ i punti $x = 0$ ed $x = \pm\sqrt{3}$ sono punti a tangenza verticale.

$f'(x) > 0$ ssse per $x^2 - 1 > 0$ ovvero ssse $x \in \left(-\sqrt{3}; -1\right) \cup \left(\sqrt{3}; +\infty\right)$ e quindi localmente strettamente crescente nei due rispettivi intervalli. Considerazioni ovvie sui rimanenti tratti del dominio. f in generale non è monotona.

$x = -1$ punto (stazionario) di massimo locale forte.

f non è iniettiva.nè suriettiva (essendo im$(f) = [0; +\infty)$.