

# Metodi matematici 2

14 febbraio 2008

TEST

Cognome

Nome

Matricola

Rispondere alle dieci domande sbarrando la casella che si ritiene corretta nel caso di risposta multipla (una sola risposta è corretta). Si indichi la risposta ma non il procedimento in caso di risposta aperta. Nel caso si intenda annullare una risposta cerchiare la corrispondente casella. CIFRE CORRETTE AL SECONDO DECIMALE, TASSI IN FORMA PERCENTUALE.

Risposte corrette	10	9	8	7	6	5	altrimenti
Punteggio	24	23	22	21	20	18	INS

 50 min.

**1** - Si **vende** un BOT con scadenza residua 4 mesi al prezzo di 98.5. All'emissione, 2 mesi prima, il prezzo era stato di 98. Il rendimento realizzato, al **netto** delle tasse, è (si prescinda dalle convenzioni di calcolo dei tempi):

R:

**2** - Si **acquista** un CTZ all'emissione, scadenza residua 24 mesi al prezzo di 93. Il tasso di rendimento al netto delle tasse, ipotizzando di tenerlo sino a scadenza, è (si prescinda dalle convenzioni di calcolo dei tempi):

R:

**3** - Determinare il **prezzo secco** (prezzo tel quel meno rateo interessi) di un'obbligazione a cedola fissa **annuale** del 5%, scadenza 1.25 anni, essendo noti i seguenti dati:  $P^{(0)}(0; 0.25) = 0.99$ ,  $i_c^{(0)}(0; 1.25) = 5\%$ . Si prescinda dagli aspetti fiscali.

R:

**4** - Un decisore con un costo opportunità dell'8% per i prossimi 3 anni ed un capitale disponibile di 600 valuta la possibilità di effettuare un investimento eventualmente congiunto all'attivazione di un finanziamento. I flussi delle due operazioni sono descritti nella tabella sottostante. Quale decisione risulta essere la più vantaggiosa?

tempi	0	1	2	3
Invest.	-500	200	280	90
Finanz.	200	-65	-110	-50

a non fare né inv. né fin.;  b solo fin.;  c inv. con fin.;  d solo inv.;

**5** - Scontiamo una cambiale di €2500 scadente tra 10 mesi al tasso del 10%. Per noi è meglio che il tasso sia semplice, composto o di sconto commerciale?

**R:**

**6** - In capitalizzazione composto qual è il tasso bimestrale equivalente al tasso trimestrale  $i_4 = 2\%$ ? (3 cifre decimali corrette, approssimazione standard)

**R:**

**7** - Determinare l'insieme delle soluzioni (eventualmente coincidente con l'insieme vuoto nel caso di inesistenza) del sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ , dove:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

L'insieme delle soluzioni è il seguente:  $S =$

**8** - Il seguente vettore  $x$  è esprimibile come combinazione lineare dei successivi 2?

$$x = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, x_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**R: No**

**Si con coefficienti:**

**9** - Un gestore di portafoglio deve ripartire un capitale di 1000 tra 2 titoli che quotano rispettivamente 6 e 5. Il gestore desidera costruire un portafoglio con sensibilità pari a 1.5 rispetto ad un fattore di rischio rispetto al quale i due titoli hanno sensibilità rispettivamente 0.6 e 1.4. Le quantità da detenere dei due titoli sono:

$$\mathbf{R}: n_1 = \quad n_2 = \quad .$$

**10** - Si determinino le soluzioni del sistema omogeneo avente la seguente matrice

dei coefficienti:  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ .

**R.**

# Metodi Matematici 2

## Appello

14 febbraio 2008

### Soluzioni Test

Domanda	Risultato
1	2.545%
2	3.241%
3	99.988
4	b
5	composto
6	1.329%
7	$S = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$
8	Si con coefficienti $a_1 = -3, a_2 = 2$
9	$n_1 = 257.87, n_2 = -109.444$
10	$S = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$

# Metodi matematici 2

SOLUZIONI TEST

14 febbraio 2008

Cognome

Nome

Matricola

Rispondere alle dieci domande sbarrando la casella che si ritiene corretta nel caso di risposta multipla (una sola risposta è corretta). Si indichi la risposta ma non il procedimento in caso di risposta aperta. Nel caso si intenda annullare una risposta cerchiare la corrispondente casella. CIFRE CORRETTE AL SECONDO DECIMALE, TASSI IN FORMA PERCENTUALE.

Risposte corrette	10	9	8	7	6	5	altrimenti
Punteggio	24	23	22	21	20	18	INS

 50 min.

**Si presenta la soluzione commentata della sola domanda 5 essendo le rimanenti del tutto analoghe a quelle degli appelli passati.**

**5** - Scontiamo una cambiale di €2500 scadente tra 10 mesi al tasso del 10%. Per noi è meglio che il tasso sia semplice, composto o di sconto commerciale?

**R: Composto.**

E' sufficiente calcolare il valore attuale di 2500 nei tre regimi finanziari (tutti al tasso del 10%) per concludere facilmente che l'importo maggiore e dunque da preferire è quello ottenuto con gli interessi composti.

Tempo a disposizione 50 min.

## Algebra Lineare

Discutere al variare di  $k$  il sistema lineare omogeneo  $Ax = 0$  dove:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & -2 \\ 1 & -2 & -4 & -3 \\ 4 & -2 & -10 & k \end{bmatrix}$$

Determinarne le soluzioni nel caso in cui sia  $k = -5$ .

## Matematica Finanziaria

Un decisore ha un costo opportunità del 10% su di un capitale disponibile di 900. Sono dati i seguenti progetto di investimento:

<i>Epoche</i>	0	1	2
<i>Flussi 1</i>	-1000	600	700
<i>Flussi 2</i>	-940		1300

L'eventuale investimento in una delle 2 operazioni può essere finanziato mediante il seguente finanziamento eventualmente scalabile di una frazione a piacere  $\alpha$ , con  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

<i>Epoche</i>	0	1	2
<i>Flussi</i>	100	-60	-50

- Calcolare i TIR dei due investimenti;
- Stabilire, con il metodo che si ritiene corretto, quale investimento il decisore abbia convenienza a fare (eventualmente nessuno) e se convenga il ricorso al finanziamento, precisando la percentuale ottima di attivazione,  $\alpha$ .

Cognome	Nome	Matricola
---------	------	-----------

Tempo a disposizione 50 min.

### Algebra Lineare

Discutere al variare di  $k$  il sistema lineare omogeneo  $Ax = 0$  dove:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & -2 \\ 1 & -2 & -4 & -3 \\ 4 & -2 & -10 & k \end{bmatrix}$$

Determinarne le soluzioni nel caso in cui sia  $k = -5$ .

### SOLUZIONE -

Riducendo la matrice si ottiene per esempio:  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & -4 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4k - 24 \end{bmatrix}$  per cui

$$r(A) = \begin{cases} 3 & \text{se } k \neq -6 \\ 2 & \text{se } k = -6 \end{cases} \quad \text{da cui, per Rouchè-Capelli} \quad \begin{cases} \text{se } k \neq -6 & \infty^1 \text{ soluzioni} \\ \text{se } k = -6 & \infty^2 \text{ soluzioni} \end{cases}$$

Nel caso richiesto la matrice ridotta su cui operare è naturalmente

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & -4 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

da cui si ottengono le soluzioni:

$$S = \left\{ x \in \mathbf{R}^4 : x = \begin{bmatrix} 2x_3 \\ -x_3 \\ x_3 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ con } x_3 \in \mathbf{R} \right\}$$

### Matematica Finanziaria

Un decisore ha un costo opportunità del 10% su di un capitale disponibile di 900. Sono dati i seguenti progetto di investimento:

<i>Epoche</i>	0	1	2
<i>Flussi 1</i>	-1000	600	700
<i>Flussi 2</i>	-940		1300

L'eventuale investimento in una delle 2 operazioni può essere finanziato mediante il seguente finanziamento eventualmente scalabile di una frazione a piacere  $\alpha$ , con  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

<i>Epoche</i>	0	1	2
<i>Flussi</i>	100	-60	-50

- Calcolare i TIR dei due investimenti;
- Stabilire, con il metodo che si ritiene corretto, quale investimento il decisore abbia convenienza a fare (eventualmente nessuno) e se convenga il ricorso al finanziamento, precisando la percentuale ottima di attivazione,  $\alpha$ .

### SOLUZIONE -

- Le equazioni sono

$$\begin{aligned}
 -1000 + \frac{600}{1+i} + \frac{700}{(1+i)^2} &= 0 \\
 -940 + \frac{1300}{(1+i)^2} &= 0
 \end{aligned}$$

che conducono ai due tassi interni:  $i_1^* = 18.882\%$  e  $i_1^* = 17.6\%$ .

- Calcolando il Van del solo finanziamento si ottiene un valore positivo che dimostra come esso debba essere attivato per completo indipendentemente dall'investimento scelto. Procedendo a calcolare l'APV nei due casi si ottiene

$$\begin{aligned}
 -900 + \frac{540}{1.1} + \frac{650}{1.1^2} &= 128.10 \\
 -840 - \frac{60}{1.1} + \frac{1250}{1.1^2} &= 138.51
 \end{aligned}$$

da cui si evince che conviene investire nella seconda operazione con le modalità di finanziamento sopra illustrate.